26 juin 2012 - 8h15-11h15

Examen propédeutique : Corrigé

1. Machine de Rankine idéale

a) La température T_2 vaut :

$$T_2 = T_1 \exp\left(\frac{\Delta S}{c_p}\right) .$$

b) Le travail W_{12} est de la forme :

$$W_{12} = nR\,(T_1 - T_2) .$$

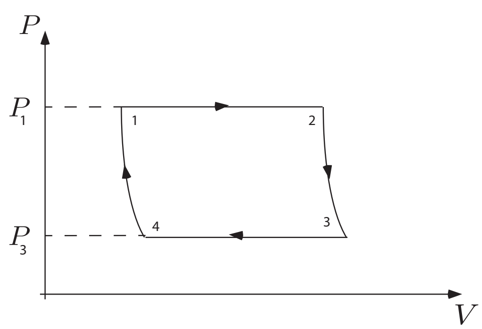
c) La variation de l'énergie interne ΔU_{12} est donné par :

$$\Delta U_{12} = cnR\,(T_2 - T_1) .$$

d) Le travail W_{23} vaut :

$$W_{23} = cnRT_2\left(\left(\frac{P_3}{P_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1\right) .$$

e) Le diagramme PV est de la forme :



2. Point d'ébullition d'un mélange idéal

a) La condition découle de l'équilibre chimique de l'eau entre les phase liquide (l) et gazeuse (g).

b) Dans la limite de faible concentration, i.e. $x_B \ll 1$,

$$\ln(x_A) = \ln(1 - x_B) \simeq -x_B .$$

Cette solution est alors obtenue comme combinaison linéaire des solutions précédentes.

c) Les fonctions d'état molaires sont définies comme,

$$h^* = \frac{H^*}{N} \quad \text{et} \quad s^* = \frac{S^*}{N} .$$

Ainsi, de la définition de H^*, i.e.

$$H^* = TS^* + N\mu^* \qquad \Rightarrow \qquad h^* = Ts^* + N\mu^* .$$

d) Cette solution est obtenue comme combinaison linéaire des solutions précédentes.

e) La température d'ébullition de l'eau pure (i.e. $x_B = 0$),

$$T^* = \frac{\Delta S}{\Delta H} \ .$$

Ainsi, à l'aide de la solution précédente, on en déduit cette solution.

3. Réfrigérateur Peltier

a) Cette solution découle de la définition $\mathbf{j}_Q = T\mathbf{j}_s$ ainsi que de l'uniformité de la température, i.e. $\boldsymbol{\nabla} T = \mathbf{0}$.

b) Le courant électrique I vaut,

$$I = -\frac{A}{L}\frac{\sigma_x \sigma_y}{\sigma_x + \sigma_y}\Delta V \ .$$

c) Le courant de chaleur I_{Qx} entrant dans le contact 1 est de la forme,

$$I_{Qx} = T\varepsilon_x I \ .$$

d) La puissance de refroidissement I_{Qr} est donné par,

$$I_{Qr} = T\left(\varepsilon_y - \varepsilon_x\right) I \ .$$

4. Atmosphère terrestre

a) La distribution de probabilité de Boltzmann est de la forme :

$$p\left(h\right) dh = \frac{mg}{kT}\exp\left(-\frac{mgh}{kT}\right) \quad \Rightarrow \quad f\left(h\right) = \frac{mgh}{kT} \quad \text{et} \quad Z = \frac{kT}{mg} \ .$$

b) L'équilibre entre la poussée d'Archimède et la force de pesanteur implique :

$$P\left(h + dh\right) - P\left(h\right) = -\,mg\,n\left(h\right) dh \ .$$

c) La densité de gaz $n\left(h\right)$ est donnée par

$$n\left(h\right) = n_0 \exp\left(-\frac{mgh}{kT}\right) \ .$$

d) La hauteur h vaut :

$$h = -\frac{RT}{Mg}\ln\left(\frac{P}{P_0}\right) = \frac{2500 \cdot 0.1}{0.025 \cdot 10}\,[\mathrm{m}] = 1000\,[\mathrm{m}] \ .$$